MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI VRANCEA

Concursul Naţional de Matematică Aplicată "ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală,
Clasa a IX-a 16.02.2019
Filiera teoretică, profil real, specializarea ştiinţe ale naturii

Subiectul 1.

Calculaţi suma S_n şi demonstraţi prin inducţie rezultatul obţinut :

$$S_n = \frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \ldots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}, \forall n \in N^*$$

Subiectul 2.

Rezolvaţi ecuaţia $\left[\frac{x-1}{3}\right] = x+1$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a.

Subiectul 3.

Se consideră triunghiul ABC se consideră $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}, M$ este mijlocul lui (BC) iar $\{P\} = AM \cap BN$. Exprimaţi vectorul $\overrightarrow{AP}$ în funcţie de vectorii $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$.

Subiectul 4.

La începutul lui 2019 un magazin de electrocasnice scoate la vânzare un televizor. Începând cu luna februarie preţul televizorului se micşorează cu 10% în fiecare lună (în fiecare lună ieftinirea aplicându-se la preţul lunii anterioare). Care este preţul iniţial al televizorului dacă în iunie acesta se vinde cu 590,49 lei ?

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se evaluează cu 7 puncte.
Timp de lucru 3 ore.

MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE
INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEŢULUI VRANCEA

Concursul Naţional de Matematică Aplicată" ADOLF HAIMOVICI"
Etapa locală, Clasa a IX-a 16.02.2019
Soluţii

Subiectul 1. Calculaţi suma S_n şi demonstraţi prin inducţie rezultatul obţinut :

$$S_n = \frac{1}{1\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 7} + \ldots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}, \forall n \in N^*$$

Soluţie : $\frac{1}{(3k-2)3(2k+1)} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3k-2} - \frac{1}{3k+1}\right)$ **2p**

$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3k-2} - \frac{1}{3k+1}\right) = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{1}{3n+1}\right) = \frac{n}{3n+1}$ **2p**

Inducţia pentru $S_n = \frac{n}{3n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ **3p**

Subiectul 2. Rezolvaţi ecuaţia $\left[\frac{x-1}{3}\right] = x+1$, unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real a.

Soluţie : $x+1 \le \frac{x-1}{3} < x+2 \Rightarrow 3x+1 \le x-1 < 3x+6 \Rightarrow 2 \le -2x < 7 \Rightarrow x \in \left[-\frac{7}{2}, -2\right]$.........**4p**

Cum $x+1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$ cu finalizare $x \in \{-3, -2\}$ **3p**

Subiectul 3. Se consideră triunghiul ABC se consideră $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}, M$ este mijlocul lui (BC) iar $\{P\} = AM \cap BN$. Exprimaţi vectorul $\overrightarrow{AP}$ în funcţie de vectorii $\overrightarrow{AB}$ şi $\overrightarrow{AC}$.

Soluţie : Din teorema lui Menelaus în $\triangle AMC$ cu secanta B-P-N avem :

$\frac{AP}{PM} \cdot \frac{MB}{BC} \cdot \frac{CN}{NA} = 1 \Rightarrow \frac{AP}{PM} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 1 \Rightarrow AP = PM \Rightarrow P =$ mijloc (AM) **4p**

Dar $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$deci $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$..**3p**

Subiectul 4. La începutul lui 2019 un magazin de electrocasnice scoate la vânzare un televizor. Începând cu luna februarie preţul televizorului se micşorează cu 10% în fiecare lună (în fiecare lună ieftinirea aplicându-se la preţul lunii anterioare). Care este preţul iniţial al televizorului dacă în iunie acesta se vinde cu 590,49 lei ?

Soluţie: x – preţul iniţial al televizorului, şi pentru luna iunie s-au aplicat cinci reduceri de preţ ..**1p**

Deci $x\cdot(1-10\%)^5 = 590,49$ **2p**

$x\cdot\left(\frac{9}{10}\right)^5 = 590,49 \Rightarrow x = \frac{59049}{100}\cdot\frac{100000}{9^5} \Rightarrow x = 1000$ lei **4p**

Orice altă soluţie corectă, diferită de cea din barem va fi punctată cu 7 puncte